cor-RATTRAPAGE OPTIMISATION

tous documents ou machines interdits

sauf dictionnaire éventuel pour les étudiants chinois

il y a trois exercices; si vous croyez voir une erreur corrigez la en indiquant pourquoi

Exercice 1. Programmation dynamique

On considère un problème qui comporte trois étapes et on utilise les notations du cours

(résoudre seulement avec les techniques de la programmation dynamique)

x_3	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4
u_3	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
$g_3(x_3,u_3)$	0	0	5	0	5	10	0	5	10	15	0	5	10	15	20

a. Remplir le tableau suivant

x_3	0	1	2	3	4
$J_3(x_3)$	0	5	10	15	20
u_3^*	0	1	2	3	4

b. On sait que

x_2	0	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	4
u_2	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
$g_2(x_2,u_2)$	0	0	3	0	3	6	0	3	6	8	0	3	6	8	9
x_3	0	1	0	2	1	0	3	2	1	0	4	3	2	1	0

Remplir le tableau suivant

x_2	0	1	2	3	4
$J_2(x_2)$	0	5	10	15	20
u_2^*	0	0	0	0	4

c. On sait que

$x_1 = 4$

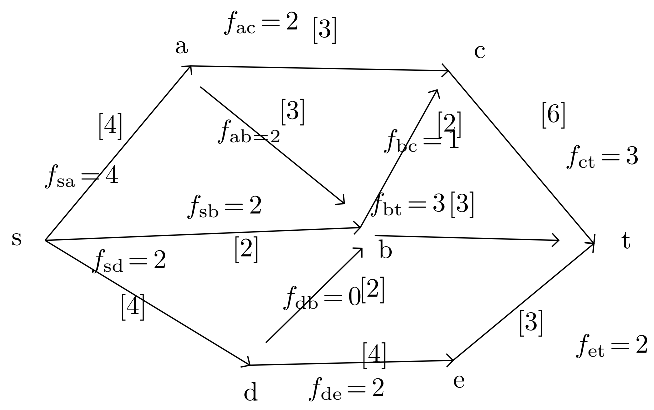
u_1	0	1	2	3	4
$g_1(x_1,u_1)$	0	4	6	7	8
x_2	4	3	2	1	0

Déterminer $J_1(4) = 20$ ainsi que la solution optimale $(0,0,4)$.

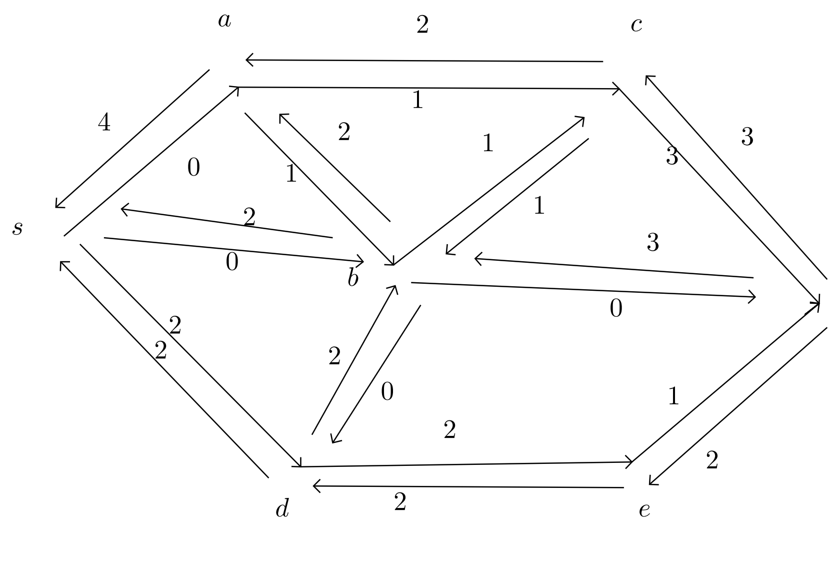
Exercice 2. Flot maximal

On considère le graphe suivant, où les capacités des différentes arêtes sont indiquées entre crochets et le flot est indiqué sous la forme f_{ij} .

Déterminer si le flot est maximal, si oui le justifier, si non le compléter en un flot maximal en appliquant la méthode d' Edmonds-Karp.



graphe residuel



Solution.

on construit les chaines améliorantes

première chaine

sd

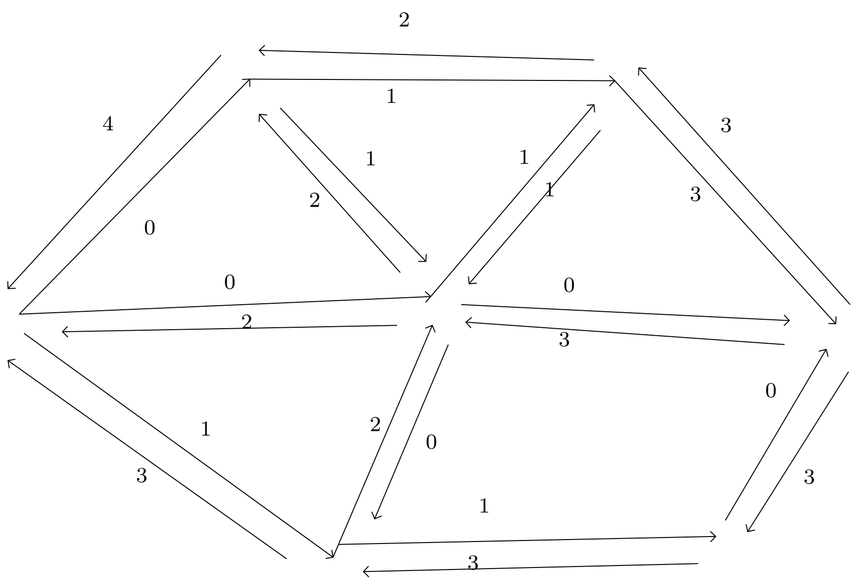
dbe

bca

et

d'où une première chaine sdet pour un flux de 1

nouveau graphe résiduel



deuxième chaine

sd

dbe

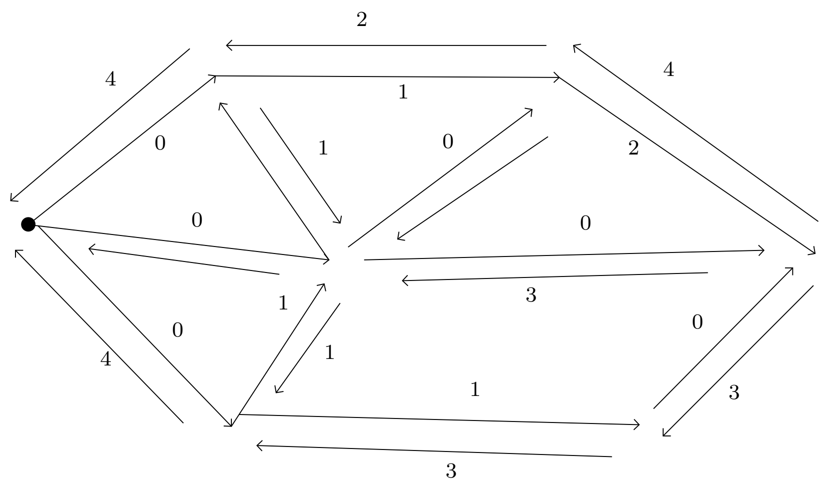
bca

e∅

ct

d'où une seconde chaine améliorante sdbct de fux 1

on construit le graphe résiduel,

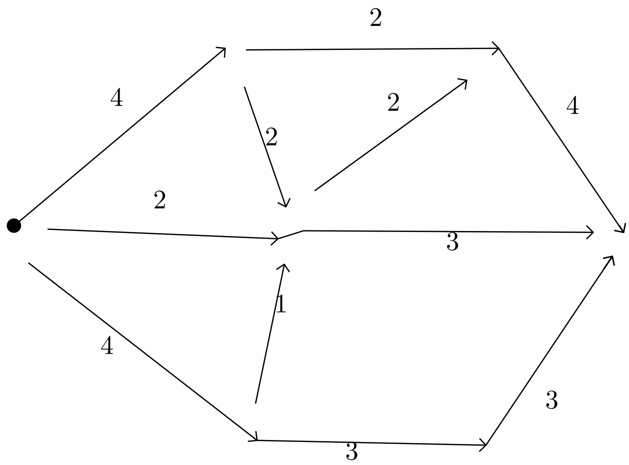


on recommence

s∅

donc c'est fini nous avons un flot maximal

le voici



la valeur de ce flot maximal est 10

Exercice 3. On considère le problème de programmation linéaire suivant

Maximiser la fonction z:(x_1,x_2,x_3)$\longmapsto x_1$-x_2+x_3

sous les contraintes

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3 \leqslant 1 \\ x_1+2x_2\text{-}x_3\leqslant 2 \\ 2x_1\text{-}x_2+3x_3\leqslant 1 \\ (x_1,x_2,x_3)\geqslant 0 \end{cases} \quad \text{(domaine D)}$$

a. La fonction atteint elle son maximum au point (0,0,0) ?

b. Si oui pourquoi ? sinon déterminer un autre point de base admissible où elle atteint une meilleure valeur.

Les réponses appliqueront les techniques de la programmation linéaire

Solution. a. en ce point (0,0,0,1,2,1) la fonction de gain vaut 0 et « vu de ce point » elle s'écrit x_1-x_2+x_3, il y a au moins un coeff $>$0 donc le maximum n'est pas atteint

b. (D) s'écrit $\begin{cases} y1=1-x_1-x_2-x_3 \\ y2=2-x_1-2x_2+x_3 \\ y3=1-2x_1+x_2\text{-}3x_3 \\ (x_1,x_2,x_3,y1,y2,y3)\geqslant 0 \end{cases}$.

on peut faire entrer x1 dans la base; on observe les équations et ce sera y3 qui en sortira

(D) s'écrit maintenant

$$\begin{cases} y1=1-(1/2+1/2x_2\text{-}3/2x_3\text{-}1/2y3)-x_2-x_3=1/2-3/2x2+1/2x3+1/2y3 \\ y2=2-(1/2+1/2x_2\text{-}3/2x_3\text{-}1/2y3)-2x_2+x_3=3/2-5/2x2+5/2x3+1/2y3 \\ x1=1/2+1/2x_2\text{-}3/2x_3\text{-}1/2y3 \\ (x_1,x_2,x_3,y1,y2,y3)\geqslant 0 \end{cases}$$

le nouveau point de base est (1/2,0,0,1/2,3/2,0) et en ce point f s'exprime $1/2+1/2x_2$-$3/2x_3$-$1/2$y3$-x2+x3=1/2-1/2x2-1/2x3$-1/2y3

en ce point f vaut donc 1/2

de plus mais ce n'était pas demandé c'est le maximum.